

DIONIGI MATTIA GAGLIARDI

APPROCCIO MATEMATICO ALLA TASSELLATURA DEL PIANO: 5 IPOTESI

Abstract

I motivi geometrici hanno affascinato l'uomo in ogni epoca storica. Troviamo tracce di una particolare attenzione alla simmetria, all'ordine geometrico e una certa sensibilità matematica in tutte le epoche e in ogni cultura.

Molti studiosi, in varie discipline, si sono occupati di questi temi, e soprattutto delle motivazioni di questa propensione umana, probabilmente intrinseca all'istinto di sopravvivenza, alla ricerca di strutture.

In questo saggio saranno trattati cinque approcci allo studio e alla realizzazione di particolari tipi di tassellature geometriche nel mondo dell'architettura e delle arti visive.

L'arte, da sempre, gioca un ruolo relevantissimo nel processo di integrazione di nuovi valori percettivi, estetici, culturali, politici. Questo processo avviene attraverso l'utilizzo delle più avanzate ricerche scientifiche, fino ad individuare in alcuni casi i più raffinati sensi di ordine e disordine.

Il Futurismo, avanguardia storica dei primi del '900, ha introdotto nuovi concetti di ordine e disordine estetico. Filippo Tommaso Marinetti nel Manifesto del Futurismo stravolge i canoni estetici precedenti, dichiarando: “*Noi affermiamo che la magnificenza del mondo si è arricchita di una bellezza nuova: la bellezza della velocità. Un'automobile da corsa col suo cofano adorno di grossi tubi simili a serpenti dall'alito esplosivo... un'automobile ruggente, che sembra correre sulla mitraglia, è più bella della Vittoria di Samotracia*”

(Marinetti, 1909, in Davico Bonino 2009).

Luigi Russolo nel suo *L'arte dei Rumori* ha elevato il rumore allo stato di suono, affermando: “*oggi il Rumore trionfa e domina sovrano sulla sensibilità degli uomini. (...) Oggi l'arte musicale, complicandosi sempre più, ricerca gli amalgami di suoni più dissonanti, più strani e più aspri per l'orecchio. (...) Bisogna rompere questo cerchio ristretto di suoni puri e conquistare la varietà infinita dei «suoni-rumori»*” (Russolo, 1913, in Davico Bonino 2009).

Anche se ancora legati alla figurazione, alcuni pittori futuristi, tra cui Gino Severini, avevano intuito la potenza matematica della tassellatura del piano della rappresentazione, introducendo uno stile che ricorda i più recenti studi di *Pittura stocastica* compiuti da Sergio Lombardo.

Nel ventesimo secolo sono state scoperte famiglie di strutture complesse in diversi ambiti e discipline, dalla natura alla matematica pura. Le *tassellature* di Roger Penrose (1974) sono un esempio di ricerca in questo campo di indagine: schemi di figure geometriche basate sulla sezione aurea, che consentono di ottenere tassellature di superfici infinite in modo aperiodico. Anche i *frattali* di Benoit Mandelbrot (1975) ne sono un esempio: oggetti geometrici che si ripetono nella loro struttura allo stesso modo su scale diverse.

Alcuni artisti hanno utilizzato questi studi, facendone oggetto di ricerca estetica e realizzando immagini oggi considerate opere d'arte. Maurits Cornelis Escher, ad esempio, partendo dalle scoperte di Penrose progettò molte delle sue tassellature.

ALCUNI ESEMPI DI APPROCCIO MATEMATICO ALLA TASSELLATURA DEL PIANO

I motivi geometrici da sempre affascinano l'uomo. Troviamo tracce che ci raccontano una particolare propensione verso la simmetria, l'ordine geometrico e una certa sensibilità matematica in ogni epoca e in ogni cultura. Molti scienziati hanno studiato, dal punto di vista antropologico e psicologico, le motivazioni di questa propensione umana alla ricerca di strutture, probabilmente intrinseca all'istinto di sopravvivenza.

Ernst Gombrich pensava che la sensibilità umana a ricercare un ordine geometrico fosse radicato nell'eredità biologica. Sosteneva che, nella lotta per l'esistenza, l'organismo avesse sviluppato un *sensu* dell'ordine, influente sulla percezione, che avesse il ruolo di individuare deviazioni dalla regolarità (Gombrich, 1984). Rudolf Arnheim, esponente della Gestalt, afferma che la percezione tende a ricercare strutture (appartenenti alla nostra esperienza) aiutando a decifrare le cose, le loro componenti e l'ordine con cui queste ultime interagiscono (Arnheim, 1987).

Per fare un esempio pratico di come la nostra percezione abbia una tendenza ordinativa, qui di seguito riporto una celebre frase dello scienziato Albert Einstein, modificandone la struttura:

GLI ESERSI UAMNI SI DISTGUINONO DLALE FOMIRCHE PRECHÉ HNNAO LA FAOCLTÀ DI ESRPIEMRE LE PORPIRE OPNIOINI PIÙ O MNEO LIBREMEANTE E CHE NON TTUTI HNANO LA STSESA OPNIOINE DI FRTNOE ALLO STSESO FATTO. QEUSTA FACLOTÀ EVNTEIDEMENTE NON È COCESNSA ALLE FOMIRCHE. MA CI SONO ESESRI UANMI CHE HNANO IL CEVERLLO DA FRMOICHE. QUSETI ULMITI HANNO LA PERTESA CHE TUTTI DOVEMRMO PESARNLA ALLO SETSSO MODO: CIOÈ CMOE LORO, CIOÈ CMOE FRMOICHE.

In questo caso il nostro cervello tende ad ordinare la struttura della frase facendole acquisire un senso, secondo un criterio che appartiene alla nostra esperienza biologica, storica, culturale, alla nostra lingua.

Risulta verosimile, quindi, che le abilità dell'uomo a percepire l'ordine siano mutate nel tempo, così come la nostra capacità a riconoscere forme, configurazioni, strutture, ecc.

Già le popolazioni neolitiche avevano una particolare tendenza nell'ordinare ciottoli bianchi e neri. Nella zona di Olinto, ad esempio, sono stati ritrovati ciottoli posizionati in una disposizione regolare (Williams, 2004).

La specie umana è andata incontro alla trasformazione e all'evoluzione dei propri parametri di riferimento, di pari passo con l'avvicinarsi delle epoche storiche, senza perdere tuttavia, la propensione al riconoscimento e all'individuazione di strutture.

L'abilità dell'uomo primitivo nel riconoscere un predatore mimetizzato nella foresta influenzava le probabilità di vivere o morire. E proprio come tutte le altre abilità che partono dall'istinto di sopravvivenza, come il mangiare o il riprodursi, la capacità di riconoscere strutture è diventata nei secoli anche un piacere.

Qui di seguito verranno presentate cinque esempi di tassellatura del piano presi da settori disciplinari diversi, dalla geometria alle arti visive, e presenti in differenti epoche storiche:

pavimenti dei Cosmati, Decorazione Islamica Girih, Tassellatura di Penrose, Tassellatura di Escher, Tassellature Stocastiche di Sergio Lombardo.

PAVIMENTI DEI COSMATI

L'opera dei Cosmati e in particolare i disegni geometrici dei pavimenti, si sviluppano nel periodo paleocristiano. Opere come il chiostro di S. Giovanni in Laterano testimoniano come i *magistri doctissimi* non erano solo dei maestri decoratori, ma dei raffinatissimi architetti, studiosi di matematica, con tutta la preparazione teorica e pratica a quel tempo richiesta (William, 2004).

Anche se le decorazioni cosmatesche rispecchiano i concetti filosofici, religiosi e matematici della loro epoca, le origini del significato delle loro opere risiedono nel mondo Antico, soprattutto nelle teorie di Pitagora e di S. Agostino.

Dal punto di vista della composizione geometrica delle loro opere, non si può parlare di uno stile profondamente nuovo, in quanto la maggior parte dei patterns utilizzati sono stati ripresi dall'antico e dalla scuola bizantina precosmatesca, essi però hanno sicuramente il merito di aver rielaborato e reso moderno il linguaggio dei simboli antichi, adattandolo stilisticamente ai canoni dell'epoca, costituendo quindi un capitolo a parte della storia dell'arte (William, 2004).

Dal punto di vista compositivo, veniva utilizzato soprattutto il motivo a *guilloche*, ma nella strutturazione dei pavimenti si utilizzavano svariati disegni geometrici. Le composizioni, grazie anche all'utilizzo di materiali e colori dal simbolismo molto accentuato, contribuivano ad evidenziare il messaggio espresso dalla fede Cristiana. Non sappiamo di preciso quante fossero le matrici utilizzate, ma si pensa almeno ad un centinaio, considerando che nel solo Duomo di Ferentino se ne possono osservare almeno cinquanta.

DECORAZIONE ISLAMICA GIRIH

La decorazione islamica ha tre moduli base: geometrico, vegetale, calligrafico. Qui focalizzeremo la attenzione sul modulo geometrico.

Le tassellature geometriche islamiche rispondono ad una geometria "quasi cristallina", cioè ad uno schema che replica la precisa struttura di un cristallo senza però mantenerne l'esatta simmetria, una configurazione estremamente complicata che esige conoscenze matematiche molto avanzate. Le piastrelle *girih*, ad esempio, sono una serie di cinque tessere utilizzate per la creazione di modelli di tassellatura per la decorazione degli edifici di architettura islamica, le forme che caratterizzano queste cinque piastrelle sono un decagono regolare, un esagono allungato, un esagono irregolare, un pentagono, un rombo. Uno studio di Peter Lu e Paul J. Steinhardt, dell'università di Harvard, ha individuato un modello complesso, creato partendo da tasselli *girih*, molto frequente negli edifici islamici del XV secolo. I due scienziati hanno dimostrato nella loro ricerca che chi ha progettato questa ornamentazione conosceva i principi scoperti da Roger Penrose solo nel XX secolo (Lu, Steinhardt, 2007). Lo scienziato Peter Lu, spiega che non si tratta di *quasi-cristalli* perfetti perché le disposizioni presentano alcuni difetti, ma il sospetto è che gli

errori si debbano attribuire al lavoro degli operai che hanno prodotto il pannello: su 3700 tasselli sono presenti solo 11 errori e tutti possono essere corretti con una semplice rotazione (Lu, Steinhardt, 2007). La cultura islamica proponeva una visione del mondo che esclude la rappresentazione della figura e, più in generale, della realtà. Questa limitazione ha spinto gli artisti e gli scienziati dell'epoca a focalizzare la loro attenzione verso studi raffinatissimi ed esclusivamente diretti alla geometria e alla matematica.

TASSELLATURA DI PENROSE

Nel 1966 Robert Berger scopre la possibilità di coprire il piano con tassellature non periodiche, fornendo il primo insieme di elementi, formato da 20426 tasselli diversi. Più tardi, nel 1975, Roger Penrose scopre che il numero di elementi di un insieme di tasselli che consentono una tassellatura aperiodica poteva raggiungere il minimo di due.

Una Tassellatura di Penrose, in geometria, è uno schema di figure geometriche che permette di ottenere tassellature di superfici infinite in modo non periodico.

Esistono più insiemi di tasselli di Penrose, ma quello più conosciuto è formato da due tasselli, ognuno dei quali presenta quattro lati di lunghezza unitaria, entrambi legati alla sezione aurea. Qualche anno più tardi dall'intuizione di Penrose, è stato scoperto che la disposizione degli atomi di alcuni materiali segue proprio lo stesso schema formulato da Penrose. Questo schema, che non si ripete esattamente, è stato definito a *quasi-cristalli*, e i materiali che presentano queste caratteristiche sono denominati anch'essi quasi-cristalli.

TASSELLATURE DI ESCHER

L'artista olandese Maurits Cornelis Escher ha lavorato molto sul tema della tassellatura e molte delle sue opere presentano intrecci articolati di tessere dai vari motivi. Egli, partendo da una raffinata attenzione matematica, sviluppa tassellature che rappresentano realisticamente pesci, uccelli, cavalli, pipistrelli e figure antropomorfe. Ebbe rapporti di grande amicizia con importanti matematici dell'epoca tra cui Roger Penrose e proprio da lui riprese alcune tassellature con le quali creò molti dei suoi disegni. Nella famosa serie *Limite del cerchio* è possibile notare che Escher utilizzò i postulati del piano iperbolico realizzati da Henri Poincaré. Di particolare importanza dal punto di vista estetico e matematico è la serie *Metamorphosis*: partendo da un'immagine iniziale molto semplice, raffigurante l'inizio di un labirinto, concatena in una lunga striscia tassellature diverse che, alternandosi in svariati motivi decorativo-geometrici, mostrano un percorso immaginifico. Questo si regge su rigorose regole, quasi a voler affermare che la complessità geometrico-matematica è alla base anche della composizione della natura.

TASSELLATURE STOCASTICHE DI LOMBARDO

Le *tassellature stocastiche* (o Pittura Stocastica *metodo RAN*) progettate da Sergio Lombardo nascono con l'intento matematico di creare disegni aperti e illimitati. La formulazione ufficiale del metodo RAN appare, in un articolo di Lombardo, nel 1991 sulla rivista *Empirical Studies of the Arts*. Tuttavia questo metodo, costruito sulla falsa riga degli esperimenti effettuati dallo psicologo Fred Attneave, fu utilizzato molto spesso negli anni precedenti presso il *Centro Studi Jartrakor* a Roma per esperimenti di Psicologia dell'Arte.

Si tratta di un algoritmo in grado di deformare a caso figure piane.

Inizialmente fu applicato a diciotto mattonelle matrice, inscritte su una superficie toroidale e suddivise in sei a linee rette, sei a linee curve e sei a linee miste, dalle quali sono state composte altre mattonelle con deformazioni sempre più complesse, fino ad arrivare ad un bacino totale di settantadue mattonelle.

Le 72 mattonelle, quindi, essendo quadrati toroidali con matrice identica, possono creare pavimenti a disegno continuo ma con forme infinitamente variabili.

CONCLUSIONI

Le ricerche riferite allo studio delle tassellature geometriche sono oggi oggetto di indagine in vari settori delle scienze, dall'ingegneria alle arti visive. Risulta interessante, e sarà oggetto di mie pubblicazioni successive, approfondire studi di estetica della casualità matematica anche attraverso la progettazione di tassellature che possano incidere sull'organizzazione degli ambienti, condizionando direzioni di movimento, la gerarchia degli spazi, le relazioni tra le persone che li attraversano, in un rapporto sempre variabile ed eventuale.

BIBLIOGRAFIA

Arnheim R. (1987), *Intuizione e intelletto*. Nuovi saggi di psicologia dell'arte, Feltrinelli, Milano.

Belting H. (2010), *I canoni dello sguardo*, Bollati Boringhieri.

Davico Bonino G. a cura di (2009), *Manifesti Futuristi*, Pillole Bur Rizzoli.

Gombrich E. (1984), *Il senso dell'ordine: studio sulla psicologia dell'arte decorativa*, Torino: Einaudi.

Lombardo S. (1991), *Event and Decay of the Aesthetic experience*. In: Empirical Studies of the Arts, Beywood, Publishing Company inc., Vol. 9 (2), U.S.A.

Lu P. J., Steinhardt P.J. (2007), *Decagonal and Quasi-crystalline Tilings in Medieval Islamic Architecture*, Science 315.

Mandelbrot B. B. (1975), *Gli oggetti frattali*, Einaudi 2000.

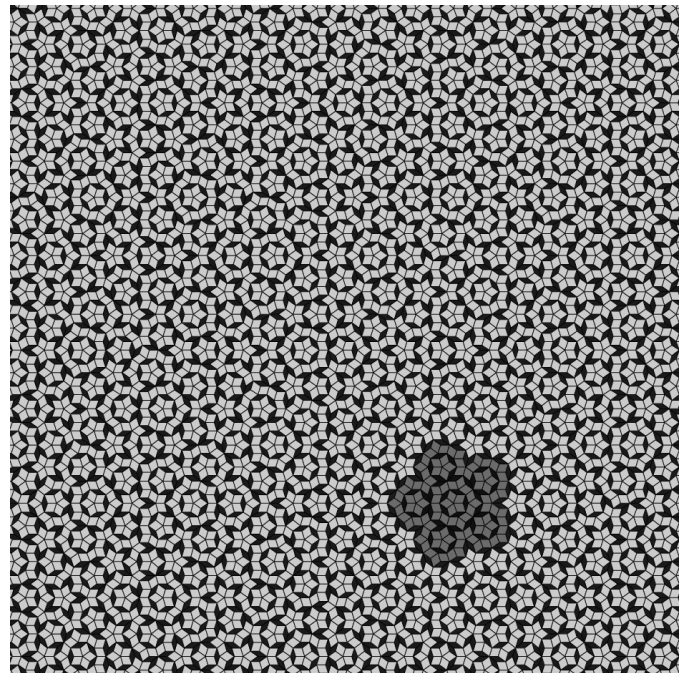
Necipoglu G. (1995), *The Topkapi Scroll. Geometry and Ornament in Islamic Architecture*, Getty Center for the History Art and the Humanities, Santa Monica.

Penrose R. (1989), *La mente nuova dell'imperatore*, Bur 2000.

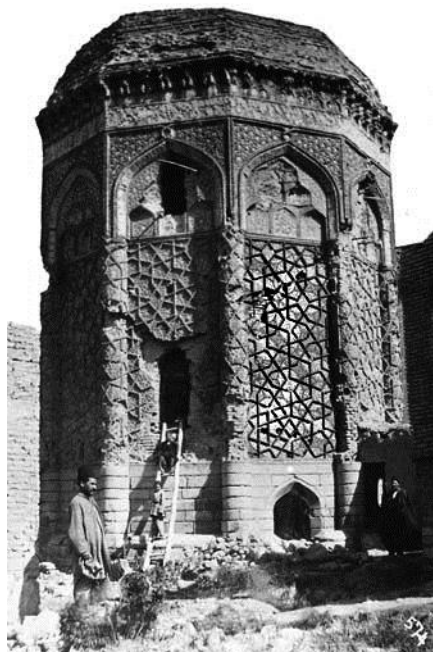
Williams K. (2004), *Architettura e matematica: mille anni di motivi geometrici*, Conferenza presso Università Bocconi Milano.



Pavimento Cosmatesco, Cattedrale di Civita Castellana



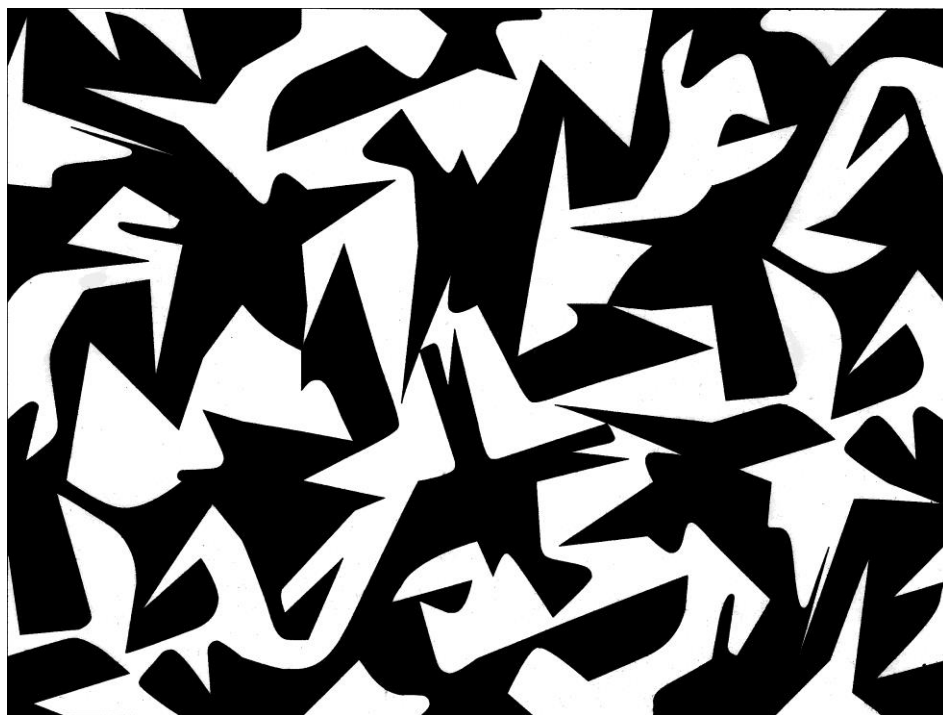
R. Penrose, partioolare di tassellatura



Decorazione Girih



M.C. Escher, Bulldog Tesselation 97



S. Lombardo, 72 mattonelle per un pavimento stocastico infinitamente variabile, 1993, foto archivio Jartrakor